www.oposicionesatp.com

# Matemáticas

## Temario Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria

*Nuestra fórmula:*
*una metodología exclusiva*
*y una atención personalizada*


**91 413 43 16**

*c/ Corazón de María, 15*
*28002 Madrid*

Matemáticas

# NÚMEROS NATURALES.
# SISTEMAS DE NUMERACIÓN.

Tema 1

# Índice Tema 1

# 0. Introducción

Notas

Desde la antigüedad el hombre ha inventado métodos para poder contar las cosas. Nosotros representamos los números mediante unos símbolos o signos denominados cifras. Estos símbolos, según datos históricos, comienzan en el antiguo Egipto y Mesopotamia. No se sabe dónde, cuándo, ni por quién, pero fueron inventados por el hombre, al observar la gran cantidad y variedad de elementos que hay en la naturaleza. Surgió entonces la necesidad e inquietud matemática.

Empezaron los antiguos a clasificar los elementos que tenían a su alrededor: árboles, frutas, animales, etc. Y luego los enumeraron: 3 árboles, 3 manzanas, 5 rocas, etc. Fue así como de esta relación de orden y clasificación surgió el concepto de número abstracto y de allí surge la matemática.

De estas ideas se desprende la importancia que tiene este tema para nosotros, profesores de Educación Secundaria, por la contribución que los números, como parte del conocimiento matemático, tienen para el desarrollo intelectual de nuestros alumnos.

# 1. Números Naturales

Notas

## 1.1. Definición y representación

Entendemos por número la expresión de un valor, la cuantificación de una magnitud. Los números naturales expresan valores referentes a cosas enteras, no partidas, van de uno en uno desde el 0, no admiten la partición de las unidades, y solamente expresan valores positivos. Los números naturales son los que sirven para contar: 1, 2, 3, 4, 5..., y forman un conjunto que se denomina

**N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... ... ...}**

La cantidad de números naturales es infinita ya que si a un número natural le sumamos 1, obtenemos otro número natural. No existe un número que sea el mayor de todos.

El conjunto de números naturales está ordenado, es decir, dados dos números naturales cualesquiera, uno de ellos es menor que otro. Dicha ordenación nos permite comparar dos números naturales. Los símbolos que se utilizan para establecer la relación de orden entre dos números son:

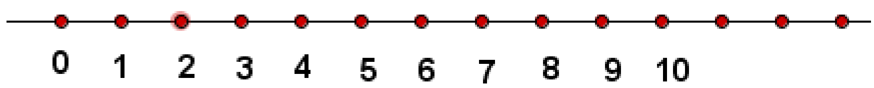
$a < b$: a es menor que b

$a \leq b$: a es menor o igual que b

$a > b$: a es mayor que b

$a \geq b$: a es mayor o igual que b

Esta ordenación de los números naturales nos permite representarlos sobre una recta cuyo origen es el 0 y ordenados de menor a mayor. Sobre una recta señalamos un punto, que marcamos con el número cero. A la derecha del cero, y con las mismas separaciones, situamos de menor a mayor los siguientes **números naturales:** 1, 2, 3, 4,...




Los números naturales, son usados para dos propósitos fundamentalmente: para describir la posición u orden que ocupa un elemento en una secuencia ordenada, **ordinal**, y para especificar el tamaño de un conjunto finito, **cardinal**.

Existe cierta polémica sobre si el cero está incluido o no en el conjunto de los naturales. Para algunos matemáticos, el cero no es un numero natural, porque solo se establece la relación entre un símbolo y un objeto cuando éste aparece

Notas

en la forma natural ante el individuo que hace la acción de contar, por lo tanto prefieren no reconocer el cero como un número natural, mientras que otros, tienen la postura opuesta, porque para hacer el conteo es necesario que el cero sea el marco referencial que establece las cualidades de los objetos que permiten hacer conjuntos, de allí que los conjuntos cuyos elementos no satisfacen las condiciones naturales su cardinal sea cero, por ejemplo, el conjunto vacío {Ø}.

**Postulados de Peano.** Los Postulados de Peano describen la estructura de Números Naturales sin necesitad de otra teoría alguna y ajena de las definiciones aritméticas de suma o equivalencia, de la siguiente forma:

- 0 es un símbolo que cumple la propiedad de ser un Número Natural.
- Si α es un Número Natural, entonces el símbolo σ (α) representa a un Número Natural distinto de α, cuyo significado será: aquél Número Natural que sucede al Número Natural α.
- El símbolo 0 no tiene la forma σ(α) para α un Número Natural, por lo tanto, no existe un Número Natural α tal que el símbolo 0 represente al mismo objeto que σ (α) (a este postulado se le conoce con el nombre de Principio del Buen Orden, pues garantiza un elemento inicial).
- Si α y β son Número Naturales distintos, entonces los Números Naturales σ (α) y σ (β) también son distintos. (En Teoría de Conjuntos este postulado se leería como: σ es una función inyectiva)
- Si S es una colección o grupo tal que:
  a. 0 forma parte de S y además,
  b. para cada α elemento de S, α es un Número Natural y además, el Número Natural σ (α) forma parte de S, entonces S representa a la colección o grupo de todos los Números Naturales.

A este último postulado se le conoce también con el nombre de inducción matemática.

## 1.2 Operaciones y jerarquía

Las operaciones matemáticas son acciones de relación que permiten acordar procesos de lectura simbólica, que se pueden realizar con un determinado conjunto numérico. Los conjuntos numéricos son espacios en los cuales las operaciones pueden hacerse con elementos de dichos conjuntos y dar como resultado de la acción elementos que pueden estar dentro o fuera de ellos, Si en la operación su resultado siempre da elementos del conjunto numérico, se dice que el conjunto es **cerrado** para dicha operación, si el resultado algunas veces da elementos del conjunto y otras veces no, se dice que el conjunto es **abierto** para

Notas

dicha operación. también se puede decir con la expresión “La operación es una operación interna” o no.

Las operaciones en los números naturales son:

- la adición cuyo resultado es la suma y cuyos elementos se denominan sumandos.
- la sustracción cuyo resultado es la diferencia o resta y cuyos elementos se denominan minuendo (el que va a ser restado) y sustraendo (el que resta).
- la multiplicación cuyo resultado recibe el nombre de producto y cuyos elementos se denominan factores: multiplicando (el que va a ser multiplicado) y multiplicador (el que multiplica).
- la división cuyo resultado es el cociente y cuyos elementos reciben el nombre de dividendo (el que va a ser dividido), divisor (el que divide), cociente (el resultado) y resto (lo que sobra de la división).
- la potenciación cuyo resultado es potencia y cuyos elementos se denominan base y exponente.

Los números naturales se pueden sumar y multiplicar y el resultado de esas operaciones es, también, un número natural. Sin embargo, no ocurre lo mismo con la resta y la división.

La sustracción es la operación inversa a la adición de la misma manera que la división es la inversa de la multiplicación, es decir, si $a+b = c$, entonces $b = c - a$.

No siempre se puede realizar una resta entre números naturales, debido a que no siempre se cumple que el número al que se le resta el otro, es mayor. Se puede realizar, $20-5 = 15$; siendo 20 el minuendo y 5 el sustraendo; pero no $5-20$; la razón es que el resultado, $-15$, no está dentro del conjunto de los números naturales.

## 1.2.1 Suma y producto

Son operaciones internas en “N”. Tanto la adición como la multiplicación tienen tres características, son operaciones conmutativas y asociativas y tienen elemento neutro, es decir,

### Conmutativa

El orden de los números no altera el resultado, $a+b = b+a$ y $a \bullet b = b \bullet a$

### Asociativa

Para sumar dos o más sumandos hace falta agruparlos de dos en dos, de cualquier forma, ya que no altera el resultado, $(a+b)+c=a+(b+c)$.

Notas

## Elemento neutro

Es el que, operado con otro elemento del mismo conjunto da como resultado ese mismo número: 0 en el caso de la suma y 1 en el de la multiplicación.

| Propiedades de la suma y el producto | | |
|---|---|---|
| **Propiedad** | **Suma** | **Producto** |
| Asociativa | $(a+b)+c=a+(b+c)$ | $(a+b)+c=a+(b+c)$ |
| Conmutativa | $a+b=b+a$ | $a\cdot b=b\cdot a$ |
| Elemento neutro | Es el 0, porque a+0=a | Es el 1, porque a*1=a |
| Distributiva del producto respecto de la suma | $a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$ | |

Distributiva del producto respecto de la suma

La **propiedad distributiva** de la multiplicación sobre la suma es aquella por la que la suma de dos o más números, multiplicada por otro número, es igual a la suma del producto de cada sumando con éste último.

**Jerarquía de la suma y el producto y uso del paréntesis**

El producto se ejecuta siempre antes que la suma:

$7\bullet3+2 = 21 + 2 = 23$ , $3+8\bullet5 = 3 + 40 = 43$

Pero si queremos dar prioridad a la suma, lo indicamos con un paréntesis:

$7\bullet3+2 = 21 + 2 = 23$ $\quad$ $3+ 8\bullet5 = 3 + 40 =43$

$7\bullet(3+2) = 7\bullet5 = 35$ $\quad$ $(3+ 8)\bullet5 = 11\bullet5 =55$

## 1.2.2. División. Divisibilidad. Múltiplos y divisores

En los números naturales existe el algoritmo de la **división**. Para cualesquiera dos números naturales a y b, con b≠ 0, podemos encontrar otros naturales q y r tales que

$a = (b \bullet q) + r$ y $r < b$ (Dividendo = divisor x cociente + resto)

donde q es el **cociente** y r el **resto**. Los números q y r están unívocamente determinados por a y b. Si el resto es cero, la división es exacta y si es distinto de cero, la división es entera.

Si el cociente de dos números naturales, a:b, es **exacto**, diremos que a es **múltiplo** de b y/o que b es *divisor* de a.

56:7 = 8 "56 es múltiplo de 7 y 7 es divisor de 56"

La relación de divisibilidad también puede expresarse así: "a es múltiplo de b si

Notas

hay otro número que multiplicado por b da como resultado a.

"56 es múltiplo de 7 porque hay otro número, el 8, tal que 7•8 = 56"

Si multiplicamos a por cualquier número, obtenemos múltiplos de a:

8•1 = 8 8•2 = 16 8•3 = 24 … 8•11 = 88 …

8, 16, 24, …, 88,… son múltiplos de 8 y, a su vez, 8 es divisor de todos ellos.

**Propiedades de los múltiplos y divisores**

- Todo número natural es múltiplo de 1.
- Todo número natural es múltiplo y divisor de sí mismo.
- Los divisores de un número "n" forman parejas cuyo producto es "n"

Por ejemplo: Los divisores de 12 son 1, 2, 3, 4, 6, 12

1•12 = 1 2•6 = 12 3•4 = 12

## 1.2.3 Potenciación

Una potencia es una multiplicación reiterada que se escribe an y se lee "a elevado a n" donde a es la **base** y n el **exponente**.

$a^n$ = a•a•a•a•…•a n veces

Propiedades de las potencias

| Propiedad | Ejemplo |
|---|---|
| $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ | $2^2 \cdot 2^5 = 2^7$ |
| $a^m : a^n = a^{m-n}$ | $5^3 : 5 = 5^2$ |
| $(a^m)^n = a^{m.n}$ | $(3^3)^4 = 3^{12}$ |
| $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$ | $(2 \cdot 3)^5 = 2^5 \cdot 3^5$ |
| [illegible] | [illegible] |
| Además: $a^1 = a$ $a^0 = 1$ | |

**Números compuestos y números primos**

Un número **compuesto** es el que se puede expresar como producto de factores más simples. Un número compuesto tiene divisores distintos de él mismo y la unidad.

Notas

Un número **primo** es el que no puede descomponerse en factores. Los únicos divisores de un número primo son él mismo y la unidad.

Los números primos menores de 100 son:

1 – 2 – 3 – 5 – 7 – 11 – 13 – 17 – 19 – 23 – 29 – 31 – 37 – 41 – 43 – 47 – 53 – 59 – 61 – 67 – 71 – 73 – 79 – 83 – 89 - 97

Proposición:

"La lista de números primos es infinita".

Demostración por reducción al absurdo. Si fuera finita P1, P2, .....Pn, el producto de ellos P1 • P2 •..... Pn más 1 no sería divisible por P1 ni por P2......, ni por Pn, luego es primo, o su primer divisor es mayor que Pn. (contradicción con la hipótesis de que Pn fuera el ultimo).

**Números primos entre sí**

Dos números son **primos entre sí** cuando su único divisor común es la unidad.

Por ejemplo: 12 y 25

Divisores de 12 : 1, 2, 3, 4, 6, 12

Divisores de 25: 1, 5, 25

El único divisor que tienen en común es el 1

**Criterios de divisibilidad**

- Un número es múltiplo de 2 si termina en cifra par.
- Un número es múltiplo de 3 si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.
- Un número es múltiplo 9 si la suma de sus cifras es múltiplo de 9.
- Un número es divisible por 4 si sus dos últimas cifras forman número múltiplo de 4.
- Un número es múltiplo 5 si termina en 0 o en 5.
- Un número es múltiplo de 10 si termina en 0.
- Para ver si un número es múltiplo de 11 se deben seguir los siguientes pasos:
  a. se suman las cifras de lugar par por un lado y las del lugar impar por otro.
  b. Se restan las cantidades obtenidas.
  c. El número es múltiplo de 11 si la diferencia obtenida es 0 o múltiplo de 11.
- Para saber si un número "a" es múltiplo de otro cualquiera "n", se divide a entre n y se mira si la división es exacta.

Notas

**Descomposición de un número en factores primos**

Es la descomposición factorial más minuciosa posible y, para cada número, es única. Para descomponer un número en sus factores primos se va dividiendo entre los sucesivos números primos, a partir del 2, y tomando cada cociente exacto como nuevo dividendo.

Por ejemplo:

| | |
|---|---|
| 594 | 2 |
| 297 | 3 |
| 99 | 3 |
| 33 | 3 |
| 11 | 11 |
| 1 | |

594 = 2•33•11

**Cálculo del máximo común divisor de dos o más números**

Se descomponen los números en factores primos y se toman los factores primos comunes elevados al menor exponente.

Ejemplo: M.C.D. de 30 y 36

| | |
|---|---|
| 30 | 2 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

| | |
|---|---|
| 36 | 2 |
| 18 | 2 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

30 = 2•3 •5

36 = $2^2$•$3^2$

M.C.D. ( 30,36) = 2•3 = 6

**Cálculo del mínimo común múltiplo de dos o más números**

Se descomponen los números en factores primos y se toman los factores primos comunes y no comunes elevados al mayor exponente.

Ejemplo m.c.m. de 30 y 36

m. c. m. (30,36) = $2^2$•$3^2$•5 = 180

### 1.2.4 Operaciones combinadas

Las **operaciones combinadas** son operaciones mixtas sobre naturales, es decir, se hacen distintas operaciones, sumas, restas, productos o cocientes. Para ello es necesario establecer una prioridad a la hora de operar.

**Jerarquía o prioridad de operaciones**

En las operaciones combinada pueden aparecer corchetes [], paréntesis (), productos, cocientes, sumas o restas. Las prioridades operando son:

1. Corchetes y paréntesis
2. Potencias y “raíces”
3. Productos y cocientes
4. Sumas y restas

Inicialmente calculamos las expresiones que hay dentro de cada corchete, si dentro de un corchete hay algún paréntesis se opera dentro del paréntesis.

$$4\bullet[\ 9\bullet(8-6+4)\ -8\ ]\ +2\bullet[\ 24-2\bullet(9+3-9)\ -3\ ]$$

Se quitan los paréntesis que hay dentro de cada corchete operando con su contenido

$$4\bullet[9\bullet6-8]+2\bullet[24-2\bullet3-3]$$

Calculamos dentro de los corchetes

$$4\bullet[54-8]+2\bullet[24-6-3]=4\bullet46+2\bullet15$$

Finalmente multiplicamos y sumamos, concediendo prioridad al producto

$$184-30=154$$


ATP Oposiciones - c/ Corazón de María, 15 28002 Madrid - escuela@oposicionesatp.com - www.oposicionesatp.com

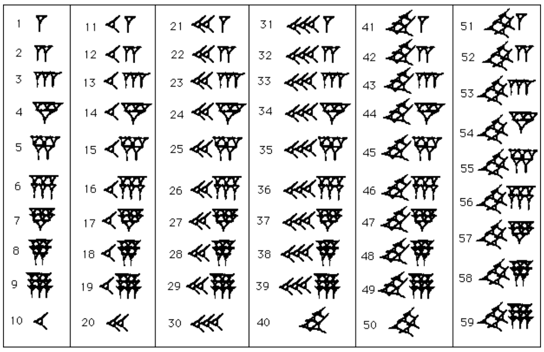
# 2. Sistemas de numeración

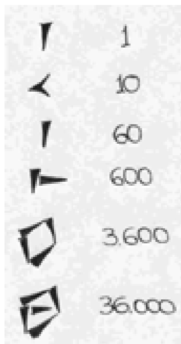
Notas

A lo largo de la historia de la humanidad, el ser humano ha buscado diferentes maneras de representar cantidades. Si nos remontamos hacia más de dos mil años, los pueblos de aquella época no utilizaban números para contar objetos, sino que hacían uso de cualquier elemento que pudiera servirles para contar, ya sea utilizando sus propios dedos, dibujando símbolos, marcando bastones (ramas) o haciendo nudos en una cuerda, entre otros.

Ahora bien, el primer uso que se le dio a los números, se relaciona con la necesidad de ordenar elementos, no con la de contar o medir objetos.

Aunque distintas culturas adoptaron sistemas de numeración propios, en todos ellos se observa un método común. Básicamente, éste consiste en cambiar el símbolo o su posición al alcanzar un valor determinado, añadir nuevas unidades hasta volver a alcanzar ese valor, agregar entonces un símbolo de segundo orden y así sucesivamente. El valor que se toma como referencia recibe el nombre de **base del sistema de numeración.**






A continuación veremos lo que son los sistemas de numeración y aunque es habitual que, cuando pensamos en las operaciones aritméticas, nos remitimos sólo al sistema decimal que se usa en la vida diaria, existen otros muchos sistemas de numeración, algunos de los cuales forman parte también de las actividades cotidianas. Así, el sistema binario es básico en el funcionamiento de los ordenadores, y el sexagesimal se utiliza para medir los valores de los ángulos y el cómputo del tiempo de los relojes, entre otras tareas.

Notas

## 2.1. Definición

En esencia, un **sistema de numeración** puede definirse como un conjunto de signos, relaciones, convenios y normas destinados a expresar de modo gráfico y verbal el valor de los números y las cantidades numéricas.

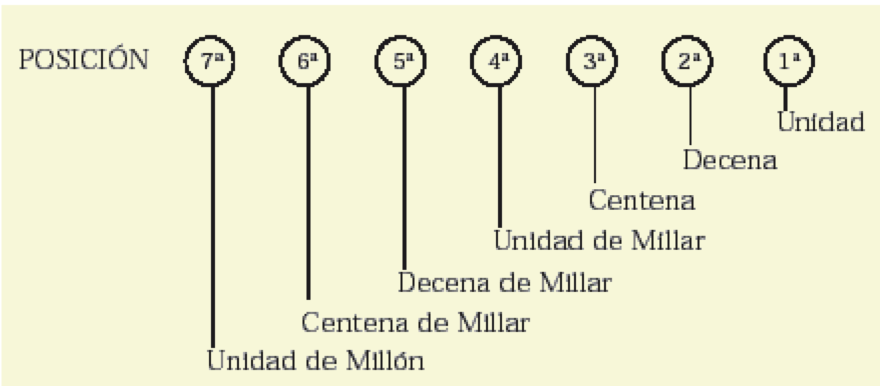
En la actualidad, se usan predominantemente sistemas de numeración de carácter **posicional**, donde cada **numeral** o guarismo representa un valor distinto según la posición que ocupa en la cadena numérica (por ejemplo, el numeral 1 significa unidad en la cantidad 1, pero es decena en 13, centena en 148, etcétera).

En un sistema de numeración se contemplan varios elementos fundamentales:

- La **base** del sistema, que se define como un convenio de agrupación de sus unidades. Por ejemplo, la base 10 o decimal agrupa diez unidades, mientras que la binaria únicamente agrupa dos.
- Los **numerales** del sistema, o cifras elementales que se utilizan, según la base. En el sistema decimal, se usan los numerales 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. En cambio, en el sistema binario tan sólo se emplean el 0 y el 1.
- Las **normas de combinación** de los numerales para formar los números. Según ello, a cada cifra se le asocian dos propiedades: su **valor absoluto** intrínseco y su **valor posicional o relativo**, que depende de la posición que ocupa en la cantidad numérica.

Dado un número n escrito como la sucesión de numerales anan-1...a2a1a0 en la base b, puede descomponerse en **forma polinómica** del modo siguiente:

$$n_{(b} = n = a_n a_n\text{-}1 \ldots a_2 a_1 a_0 = a_0 \bullet b_0 + a_1 \bullet b_1 + a_2 \bullet b^2 + \ldots +$$
$$a_n\text{-}1 \bullet b_n\text{-}1 + a_n \bullet b_n$$




El valor total del número será la suma de cada dígito multiplicado por la potencia de la base correspondiente a la posición que ocupa en el número.

La expresión de un número en un cierto sistema de numeración consta de dos informaciones complementarias: el valor del número en el sistema y, en subíndice y precedida de un signo de paréntesis de apertura, la base de dicho sistema. Por

Notas

ejemplo, el número 100110(2 está escrito en base 2, mientras que 20(6 es una cantidad numérica escrita en base 6. La base 10 se considera el valor por omisión, y no se suele indicar.

Las equivalencias entre cantidades numéricas escritas en diferentes bases de numeración se obtienen habitualmente mediante una conversión intermedia a la base decimal.

Para transformar un número de base decimal a otra base, se divide el número los cocientes por esta base tantas veces como sea necesario hasta obtener un cociente menor que la base; después, se anotan como numerales el último cociente y, en orden inverso, los sucesivos restos obtenidos.

$275_{(6} = 1 \bullet 6^3 + 1 \bullet 6^2 + 3 \bullet 6 + 5$

**Clasificación.**

Los sistemas de numeración pueden clasificarse en dos grandes **grupos: posicionales y no-posicionales.**

En los sistemas no-posicionales los dígitos tienen el valor del símbolo utilizado, que no depende de la posición (columna) que ocupan en el número.

En los sistemas de numeración ponderados o posicionales el valor de un dígito depende tanto del símbolo utilizado, como de la posición que ése símbolo ocupa en el número.

Por ejemplo, el sistema de numeración egipcio es no posicional, en cambio, el babilónico, posicional.

## Sistemas de numeración no posicionales

El sistema de los números romanos no es estrictamente posicional. Por esto, es muy complejo diseñar algoritmos de uso general (por ejemplo, para sumar, restar, multiplicar o dividir).

Como ejemplo, en el número romano XCIX (99 decimal) los numerales X (10 decimal) del inicio y del fin de la cifra equivalen siempre al mismo valor, sin importar su posición dentro de la cifra.

## Sistemas de numeración posicionales

El número de símbolos permitidos en un sistema de numeración posicional se conoce como **base** del sistema de numeración. Si un sistema de numeración posicional tiene base b significa que disponemos de b símbolos diferentes para escribir los números, y que b unidades forman una unidad de orden superior.

Notas

## 2.2 El sistema decimal

El principal sistema de numeración usado modernamente tiene como base el número 10. Este sistema, llamado decimal, tiene un claro origen antropomórfico: diez es el número de los dedos de las manos, que se emplean intuitivamente para contar series simples de objetos. El **sistema decimal**, el más utilizado en todos los ámbitos de la actividad humana, se distingue por las siguientes características:

- Utiliza una base 10.
- Sus numerales son las cifras del 0 al 9, ambas incluidas.
- Las posiciones relativas de los números se denominan unidades, decenas, centenas, unidades de millar, decenas de millar, centenas de millar, unidades de millón, etc.
- La forma polinómica de un número en el sistema decimal es la siguiente:

$$n_{(10} = n = a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_0 = a_0 + a_1 \bullet 10 + a_2 \bullet 10_2 + \ldots + a_{n-1} \bullet 10_n\text{-}1 + an \bullet 10_n$$

Los dígitos representados por an ... a2 a1 a0, toman el valor correspondiente a las potencias positivas de la base (10 en el sistema decimal), en función de la posición que ocupan en el número, y representan respectivamente al dígito de las n-unidades ($10^n$), centenas ($10^2$=100), decenas ($10^1$=10) y unidades (100 =1) que están colocados en las posiciones n..., tercera, segunda y primera.

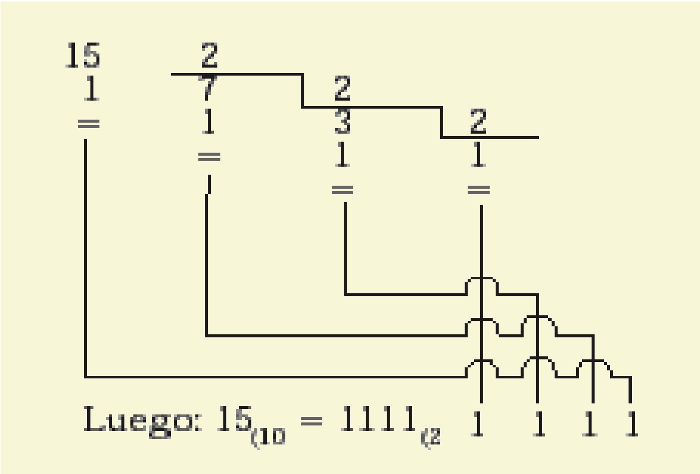
Por ejemplo, en esta forma, 3.892 se escribiría como 2+9•10+8•$10^2$+3•103.

## 2.3 El sistema binario

Utilizado por los ordenadores y otros tipos de dispositivos y sistemas, el sistema binario se caracteriza por emplear una base 2 y los numerales 0 y 1.

Este sistema, muy práctico para los cálculos automatizados con sistemas electrónicos digitales, es sin embargo un tanto engorroso en la escritura cotidiana, ya que la expresión de las cantidades resulta muy larga. Así, por ejemplo, el número 15 de la base decimal se expresaría en base binaria como 1111, según el esquema de descomposición mostrado.

Notas




Para cambiar un número decimal a número binario, se divide el número entre dos. Se escribe el cociente y el residuo. Si el cociente es mayor que uno, se divide el cociente entre dos. Se vuelve a escribir el cociente y el residuo. Este proceso se sigue realizando hasta que el cociente sea uno.

Cuando el cociente es uno, se escribe el cociente y el residuo. Para obtener el número binario, una vez llegados al 1 indivisible, se cuentan el último cociente, es decir el uno final (todo número binario excepto el 0 empieza por uno), seguido de los residuos de las divisiones subsiguientes. Del más reciente hasta el primero que resultó. Este número será el binario que buscamos.

Para cambiar un número binario a número decimal se multiplica cada dígito binario por la potencia y se suman. Para conseguir el valor de la potencia, usamos 2n, donde 2 es la base y n es el exponente. Como estamos cambiando de binario a decimal, usamos la base 2. El exponente nos indica la posición del dígito. El número 10110 escrito en base 2 o binaria equivale al siguiente número en base 10 o decimal:

$1\bullet2^4 + 0\bullet2^3 + 1\bullet2^2 + 1\bullet2^1 + 0\bullet2^º = 16 + 0 + 4 + 2 + 0 = (22)_{10}$

## Operaciones con sistema binario.

### Suma binaria

Es semejante a la suma decimal, con la diferencia de que se manejan sólo dos dígitos (0 y 1), y que cuando el resultado excede de los símbolos utilizados se agrega el exceso (acarreo) a la suma parcial siguiente hacia la izquierda.

Las posibles combinaciones al sumar dos bits son:

$0 + 0 = 0$

$0 + 1 = 1$

$1 + 0 = 1$

Notas

1 + 1 = 10 al sumar 1+1 siempre nos llevamos 1 a la siguiente operación, es 0 con acarreo 1 y representa al número 2 en binario.

Ejemplos:

1. Sumar los números binarios 1001000 (36) y 10010 (18):

   100100 + 10010 = 110110

   Donde 110110=54

   Obsérvese que no hemos tenido ningún acarreo en las s u m a s parciales.

2. Sumar 11001 (25) y 10011 (19)

   1001 + 10011 = 101100

   Donde 101100 = 44

## Resta binaria

Es similar a la decimal, con la diferencia de que se manejan sólo dos dígitos y teniendo en cuenta que al realizar las restas parciales entre dos dígitos de idéntica posiciones, una del minuendo y otra del sustraendo, si el segundo excede al primero, se sustrae una unidad del dígito de más a la izquierda en el minuendo (si existe y vale 1), convirtiéndose este último en 0 y equivaliendo la unidad extraída a 1*2 en el minuendo de resta parcial que estamos realizando. Si es cero el dígito siguiente a la izquierda, se busca en los sucesivos.

Las posibles combinaciones al restar dos bits son:

0 - 0 = 0

1 - 0 = 1

1 - 1 = 0

0 - 1 = equivale a 10 - 1 = 1. El dígito 1, se toma prestado de la posición siguiente.

La resta 0-1 se resuelve, igual que en el sistema decimal, tomando una unidad prestada de la posición siguiente: 10 - 1 = 1 y me llevo 1, lo que equivale a decir en decimal, 2 - 1 = 1. Esa unidad prestada debe devolverse, sumándola, a la posición siguiente.

Ejemplo

1. Restar los números binarios 111111 y 101010:

   111111-101010 = 010101

   Donde 010101= 19

Notas

## Multiplicación binaria

Se realiza similar a la multiplicación decimal salvo que la suma final de los productos se hace en binarios.

Las posibles combinaciones al multiplicar dos bits son:

0 • 0 = 0

1 • 0 = 0

0 • 1 = 0

1 • 1 = 1

Ejemplo:

Multiplicar los números binarios 100 (4) y 10 (2):

100 • 10 = 1000

Donde 1000 = 8

## División binaria

Al igual que las operaciones anteriores, se realiza de forma similar a la división decimal salvo que las multiplicaciones y restas internas al proceso de la división se hacen en binario.

Ejemplo:

1. Dividir los números binarios 100 (4) y 10 (2):

100 / 10 = 10

Donde 10 = 2

En el sistema binario:

- Con 1 bit el valor más alto que se puede expresar es el 1.
- Con 2 bits el valor más alto que se puede expresar es el 3.
- Con n bits el valor más alto que se puede expresar es el 2n – 1.

Cada bit, según la posición que ocupa dentro del conjunto de un número binario, tiene un peso o un valor determinado en el sistema decimal.

El bit es la unidad más pequeña de información. Aislado, nos permite distinguir sólo entre dos posibilidades: sí-no, blanco-negro, abierto-cerrado, positivo-negativo. Permite sólo dar dos respuestas a una pregunta, sin matices.

Como vemos, el sistema binario emplea muchas cifras para representar una información. Para poder trabajar con más comodidad, los programadores emplean los sistemas octal y hexadecimal, que permiten operar con muchas menos cifras.

Notas

## 2.4 El sistema hexadecimal

Con el auge de la informática y de la lógica binaria, el sistema de numeración hexadecimal experimentó un gran auge al ser utilizado en los programas y los ordenadores. Este sistema tiene base 16 (interesante desde el punto de vista de la lógica binaria como potencia de 2, ya que 16 = 24). Los dígitos que utiliza normalmente son las cifras del 0 al 9 y, después, las letras A, B, C, D, E y F para denotar los guarismos décimo a decimoquinto.

Por ejemplo, el número 1234(16 es igual a:

$1•16^3 + 2•16^2 + 3•16^1 + 4•16^0$

Lo que da como resultado: 4096 + 512 + 48 + 4 = 4660(10

Dado que el sistema usual de numeración es de base decimal y, por ello, sólo se dispone de diez dígitos, se adoptó la conveniencia de usar las seis primeras letras del alfabeto latino para suplir los dígitos que nos faltan:

A = 10, B = 11, C = 12, D = 13, E = 14 y F = 15.

Como en cualquier sistema de numeración posicional, el valor numérico de cada dígito es alterado dependiendo de su posición en la cadena de dígitos, quedando multiplicado por una cierta potencia de la base del sistema, que en este caso es 16.

Por ejemplo:

$3E0_{(16)} = 3•16^2 + E•16^1 + 0•16^0$

$3•256 + 14•16 + 0•1$

El sistema hexadecimal actual fue introducido en el ámbito de la computación por primera vez por IBM en 1963.

## 2.5 El sistema sexagesimal

Aunque progresivamente ha sido abandonado con el paso del tiempo, el sistema sexagesimal se utilizó bastante en el pasado para medir ángulos y resolver triángulos y funciones trigonométricas. En la actualidad, se sigue empleando en este contexto, aunque en menor medida. También quedan vestigios del mismo en el sistema horario de división del tiempo.

### Definición y usos del sistema sexagesimal.

El sistema sexagesimal es un sistema de numeración de base 60. En sentido estricto, un sistema semejante debería asignar nombres diferentes a los dígitos 1, 2, 3,..., 59, lo cual resulta a todas luces imposible. Por tanto, en todos los sistemas sexagesimales utilizados a lo largo de la historia se ha empleado una notación basada en el nombre de los dígitos decimales.

Notas

En el mundo cotidiano persisten dos aplicaciones muy comunes del sistema sexagesimal:

- La medida de **ángulos** en grados, minutos y segundos (por ejemplo 23º15’47’’). En el Sistema Internacional de unidades, se ha suprimido el **grado sexagesimal** como medida estándar para reemplazarlo por el **radián**.
- La subdivisión del **tiempo**: una hora se divide en 60 minutos y un minuto, en 60 segundos.

### Cambios de base.

El **cambio de base** de sexagesimal a decimal y a la inversa, no ofrece ninguna novedad conceptual con respecto a cualquier otro cambio de este tipo. No obstante, como en la práctica no se usan cantidades sexagesimales «puras», sino expresadas en unidades y sus fracciones (grados, minutos y segundos para los ángulos; horas, minutos y segundos para el tiempo), las conversiones presentan ciertas peculiaridades.

Para pasar de una cantidad de tiempo medido en formato sexagesimal a decimal, se procede según la fórmula de conversión:

**h (horas) m (‘) s (‘’) = h x 602 + m x 60 + s (segundos).**

Por ejemplo, 2h50‘34’’ = $2 \times 60^2 + 50 \times 60 + 34 = 10.234$ s

El paso inverso, de decimal a sexagesimal, se efectúa del modo siguiente:

- Dividiendo la cantidad decimal por 602; el cociente obtenido son las horas.
- Dividiendo el resto de la operación anterior por 60; el cociente son los minutos.
- El resto de esta segunda operación son los segundos.

## 2.6 El sistema de numeración romano

Si existe un sistema de numeración que ha perdurado en el tiempo, ese es el romano. Actualmente lo utilizamos para numerar capítulos o escenas de una obra de teatro, para designar el nombre de algunas autoridades (como emperadores, reyes y papas), para ordenar los contenidos de un índice y los tomos de una enciclopedia, entre otros.

En relación con los símbolos que los romanos utilizaron para representar cantidades, fueron letras mayúsculas, que en nuestro sistema de numeración equivalen a un número específico. Así tenemos,

| | |
|---|---|
| I = 1 | C = 100 |
| V = 5 | D = 500 |
| X =10 | M = 1.000 |
| L = 50 | |

Notas

Los romanos desconocían el cero, introducido posteriormente por los árabes, así que no existe ningún símbolo en el sistema de numeración romano que represente el valor cero.

Ahora bien, para representar cantidades con números romanos, es importante que tener en consideración ciertas reglas que guían su escritura.

1. Si a la derecha de una cifra romana de escribe otra igual o menor, el valor de ésta se suma a la anterior.

Ejemplos: VI = 6; XXI = 21; LXVII = 67

2. La cifra “I” colocada delante de la “V” o la “X”, resta una unidad; la “X”, precediendo a la “L” o a la “C”, resta diez unidades y la “C”, delante de la “D” o la “M”, resta cien unidades.

Ejemplos: IV = 4; IX = 9; XL = 40; XC = 90; CD = 400; CM = 900

3. En ningún número se puede poner una misma letra más de tres veces seguidas. En la antigüedad a veces se ve la “I” o la “X” hasta cuatro veces seguidas.

Ejemplos: XIII = 13; XIV = 14; XXXIII = 33; XXXIV = 34

4. La “V”, la “L” y la “D” no pueden duplicarse porque otras letras (“X”, “C”, “M”) representan su valor duplicado.

Ejemplos: X = 10; C = 100; M = 1.000

5. Si entre dos cifras cualesquiera existe otra menor, ésta restará su valor a la siguiente.

Ejemplos: XIX = 19; LIV = 54; CXXIX = 129

6. El valor de los números romanos queda multiplicado por mil tantas veces como rayas horizontales se coloquen encima de los mismos.

Ejemplos: M = 1.000.000

# 3. Síntesis

Notas

A lo largo del tema nos hemos aproximado al concepto de los números naturales, así como de los distintos sistemas de numeración.

A partir de aquí surgen conceptos como la enumeración, el orden o la clasificación que están en la base de numerosas actividades cotidianas. Por esta razón, la incorporación de este tema en nuestra especialidad constituye la base de numerosos aprendizajes instrumentales y funcionales para nuestros alumnos en las distintas áreas, materias y etapas que constituyen la Educación Secundaria.

# 4. Bibliografía

Ver carpeta de bibliografía

## Preparación de oposiciones a la Enseñanza Pública

### Maestros

- Educación infantil
- Educación Primaria
- Pedagogía Terapéutica
- Audición y Lenguaje
- Inglés

### Secundaria

- Lengua Castellana y Literatura
- Inglés
- Geografía e Historia
- Matemáticas
- Orientación Educativa
- Servicios a la Comunidad
- Tecnología
- Dibujo

*Tú preparación,*
*nuestro compromiso*
*Tu éxito, el nuestro*